$PM1$ – domaći zadatak, 07.11.2013.

Dati su zadaci iz sledećih oblasti : (A) kompleksni brojevi, (B) opšta algebra i matrice i (C) sistemi linearnih jednačina - Kramerova pravila
Svaki student bira **po jedan** zadatak **iz svake oblasti**, po sledećem pravilu:

A. Svoj broj indeksa (bez godine) podelite sa 6, odredite ostatak pri deljenju, pa izaberete zadatak čiji je redni broj jednak tom ostatku (ako se dobije nula, uzima se poslednji - šesti zadatak);

B. Zatim broj indeksa (bez godine) podelite sa 5, odredite ostatak pri deljenju, pa izaberete zadatak čiji je redni broj jednak tom ostatku (ako se dobije nula, uzima se poslednji - peti zadatak);

C. Zatim broj indeksa (bez godine) podelite sa 7, odredite ostatak pri deljenju, pa izaberete zadatak čiji je redni broj jednak tom ostatku (ako se dobije nula, uzima se poslednji - sedmi zadatak);

Domaći zadaci se mogu predati u sledećim teminima:
utorak 12.11. u 12:00 (kabinet 99);
sreda 13.11. u 12:00 (kabinet 99);
četvrtak 14.11. u 16:00 (kabinet 25);
utorak 19.11. u 12:00 (kabinet 99).
Naknadna predaja domaćih zadataka neće biti moguća.

Rešenja zadataka treba da budu obrazložena i čitko napisana hemijskom olovkom na urednom papiru (papirima) A4 formata. Na vrhu prve strane treba navesti ime i prezime, broj indeksa i nastavnu grupu sa predavanja.

Pre svakog rešenja treba navesti oznaku (redni broj) zadatka kao i tekst zadatka.

Bodovaće se SAMO oni zadaci koji budu tačno rešeni i uspešno odbranjeni!
Odbrana domaćeg zadatka će biti organizovana u periodu od 25.11.2013. do 29.11.2013. prema rasporedu koji će biti objavljen (24.11.) na sajtu praktikuma:
matematika1.praktikum.etf.rs

ZADACI

A. Kompleksni brojevi

Rešiti jednačinu u polju kompleksnih brojeva:

A1. $z^3 - 125 = 0$

A2. $z^4 + 1 - i\sqrt{3} = 0$

A3. $z^3 + i = 0$

A4. $z^4 + 8 + 8\sqrt{3}i = 0$

A5. $z^3 + 4 - \sqrt{48}i = 0$

A6. **Naći kompleksne brojeve za koje je:** $\begin{vmatrix} z^2 & -1 & 1 \\ i & 2i & z \\ 0 & z & 0 \end{vmatrix} = (z-2)i.$

$B.$ Opšta algebra, matrice

B1. Šta predstavljaju sledeće algebarske strukture ako je $\mathcal{M} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\}$, **operacija $\oplus$ sabiranje matrica, operacija $*$ množenje matrica, N skup prirodnih brojeva, Z skup celih brojeva a operacije $+$ i $\cdot$ sabiranje i množenje brojeva?**

$(N,+)$	$(Z,+,\cdot)$	$(\mathcal{M},*)$	$(\mathcal{M},\oplus)$

B2. Dat je skup $S = \{0,1,2,\ldots,p-1\}$ i neka $+$ i $\cdot$ označavaju sabiranje i množenje po modulu p. U sledeću tabelu upisati šta predstavlja odgovarajuća struktura ako p jeste, odnosno ako nije, prost broj.

	p jeste prost broj	p nije prost broj
$(S,+)$		
$(S\setminus\{0\},\cdot)$		
$(S,+,\cdot)$		

B3. Neka su $\mathcal{M}$ i $\mathcal{KM}$, respektivno, skup svih matrica date dimenzije $m \times n$, skup svih kvadratnih matrica date dimenzije n, nad poljem C, a $\oplus$ i $*$ sabiranje i množenje matrica. Šta predstavljaju sledeće algebarske strukture?

$(\mathcal{M},\oplus)$	$(\mathcal{KM},\oplus,*)$	$(\{-1,1\},+)$	$(\{-1,1\},\cdot)$

B4. Neka je $\mathcal{M} = \{ \begin{bmatrix} 2-\alpha & \alpha-1 \\ 2-2\alpha & 2\alpha-1 \end{bmatrix} \mid \alpha \in R\}$. **Neka je skup** $S = \{0,1,2,3\}$ **i neka** $+$ **i** $\cdot$ **označavaju sabiranje i množenje po modulu** 4, **a** $*$ **operaciju množenja matrica. Šta predstavljaju sledeće algebarske strukture:**

$(\mathcal{S},+,\cdot)$	$(\mathcal{M},*)$

B5. Neka su $\mathcal{M}$ **i** $\mathcal{RM}$, **respektivno, skup svih matrica date dimenzije** $m \times n$, **skup svih regularnih kvadratnih matrica date dimenzije** n, **a** $\oplus$ **i** $*$ **sabiranje i množenje matrica. Šta predstavljaju sledeće algebarske strukture?**

$(\mathcal{M},\oplus,*)$	$(\mathcal{RM},\oplus,*)$	$(\ \{1, -\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\},\ \cdot\ )$

$C.$ Sistemi linearnih jednačina - Kramerova pravila

U zavisnosti od parametra p **diskutovati i rešiti sistem jednačina pomoću Kramerovih formula:**

C1.

$$\begin{aligned} x+y+pz &= 1-p \\ px-y+z &= -1 \\ x-py-z &= 0 \end{aligned}$$

C2.

$$\begin{aligned} x+y+(p-3)z &= 0 \\ 2x+2y+(p-1)z &= 1 \\ 3x+(p+1)y+3z &= p \end{aligned}$$

C3.

$$\begin{aligned} px-y+z &= 1+p \\ -x+py-z &= -2 \\ 3x-3y+(p+2)z &= 1 \end{aligned}$$

C4.

$$\begin{aligned} x - py + z &= 1 \\ 2px - 2y - 2z &= 1 \\ (p-1)x - 2y + (p-1)z &= 1 \end{aligned}$$

C5.

$$\begin{aligned} px + y + z &= p \\ x + y + pz &= 2 \\ px + py + z &= 1 \end{aligned}$$

C6.

$$\begin{aligned} x + y - pz &= 1 + p \\ -px - y + z &= -2p \\ x + py - z &= 2 \end{aligned}$$

C7.

$$\begin{aligned} (1-p)x - 2y - z &= -1 \\ -x + (1-p)y + z &= 0 \\ x - (p+1)z &= 1. \end{aligned}$$